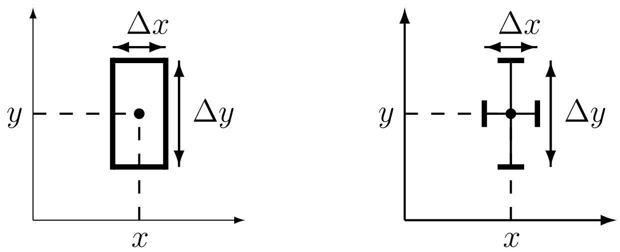
Annexe D

Exploitation graphique

D.1 Représentation de valeurs expérimentales

Pour représenter des valeurs expérimentales, il ne suffit pas de représenter la valeur mesurée. Il faut également représenter **l'incertitude** associée. Pour cela, on représente un point expérimental $(x \pm \Delta x, y \pm \Delta y)$ d'une des deux façons suivantes :

Rectangle d'incertitude Barres d'incertitude



Le point (x, y) est représenté accompagné des incertitudes expérimentales $(\Delta x, \Delta y)$ en dessinant autour de ce point un rectange de largeur Δx et de hauteur Δy ou bien une barre horizontale de taille Δx et une barre verticale de taille Δy. Dans le cas où l'une des variables est exempte d'incertitudes (par exemple sur x), on ne représentera alors que la barre d'incertitude sur y.

Une fois les points expérimentaux placés sur le graphique avec leurs incertitudes, il convient de tracer la "meilleure" courbe expérimentale. Celle ci doit etre **régulière** (lisse) et non pas une série de segments reliant les points entre eux. Cette courbe ne passe pas nécessairement par tous les points expérimentaux, mais doit passer par leurs rectangles d'incertitudes. On essayera d'équilibrer les points de part et d'autre de la courbe. Enfin, si on s'attend à une loi particulière (linéaire par exemple), on tracera la "meilleure" courbe respectant cette loi. Dans le cas d'une loi linéaire, voir en section **??** la méthode permettant de calculer la meilleure droite passant par un nuage de points.

D.2 Analyse graphique

Comme cela a été discuté dans l'introduction du chapitre C, la représentation graphique des données expérimentales peut fournir une aide précieuse pour modéliser le comportement observé en proposant une relation entre les variables (linéaire, exponentielle, loi de puissance) et en déterminant graphiquement les coefficients associés. Pour utiliser au mieux l'exploitation graphique des données, il convient de commencer par déterminer quel type de papier est le plus approprié aux données qu'on souhaite représenter, comme cela a été discuté au chapitre D, section C.3. Pour rappel :

- si seule une variable varie sur plusieurs ordres de grandeur, ou si on s'attend à une loi du type $y = be^{ax}$: **papier semi-log**
- si les deux variables varient sur plusieurs ordres de grandeur, ou si on s'attend à une loi du type $y = bx^a$: **papier log-log**
- sinon, **papier millimétré**

D.2.1 Détermination graphique des coefficients a et b

Dans les cas où la relation entre les variables s'écrit : $y = ax + b$ ou $y = be^{ax}$ ou $y = bx^a$, l'utilisation du papier adapté nous conduit à obtenir comme meilleure courbe expérimentale une droite. On peut alors déterminer graphiquement les coefficients a et b de la manière suivante :

1. On choisit deux points sur la droite dont les coordonnées sont faciles à lire (intersection de la droite avec les graduations du papier).
2. On commence par calculer la pente de la droite a
3. On détermine ensuite le coefficient b

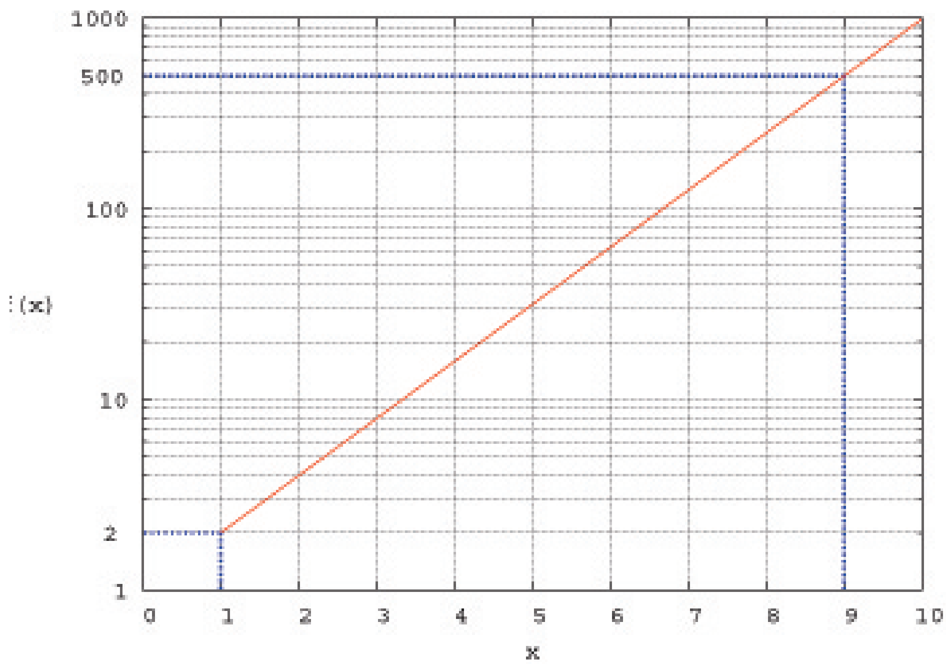


Figure D.1 – Détermination graphique des coefficients de la droite. On utilise pour cela des points de la droite dont on peut lire facilement les coordonnées : ici, on choisit $(1; 2)$ et $(9; 500)$.

Pour illustrer cette démarche, calculons les coefficients de la courbe représentée en figure D.1. On a utilisé un papier semi-log, donc on a une relation du type : $\ln y = ax + \ln b$.

En lecture graphique, on choisit les points $(x_1 = 1, y_1 = 2)$ et $(x_2 = 9, y_2 = 500)$. Puisque ces deux points sont sur la droite, ils vérifient

$$\ln y_1 = ax_1 + \ln b,$$

et

$$\ln y_2 = ax_2 + \ln b.$$

En soustrayant la première équation à la deuxième, on a donc

$$\ln y_2 - \ln y_1 = a(x_2 - x_1)$$

ce qui permet de calculer la pente a par la relation :

$$a = \frac{\ln y_2 - \ln y_2}{x_2 - x_1}.$$

Avec les valeurs numériques qu'on a choisit, on trouve :

$$a = \frac{\ln 500 - \ln 2}{9 - 1} \approx 0,69.$$

On peut alors déterminer b, par exemple en utilisant

$$\ln y_1 = ax_1 + \ln b,$$

ce qui donne

$$\ln b = \ln y_1 - ax_1,$$

que l'on peut réécrire :

$$b = e^{\ln y_1 - ax_1}.$$

L'application numérique donne

$$b = e^{\ln 2 - 0,69} \approx 1.$$

Donc la relation entre x et y est $y = e^{0,69x}$

D.2.2 Pentes et incertitudes

La "meilleure" droite consiste à apprécier visuellement quelle est la courbe qui approxime le mieux les points expérimentaux. Pour déterminer l'incertitude de mesure sur la pente de la droite, il faut déterminer les "pentes extrêmes" : elles se retrouvent en prenant le point en haut à gauche du rectangle le plus bas pour la pente du bas et le point en haut à droite du rectangle le plus haut.

Les deux régles essentielles sont donc :

— Tous les points de mesure doivent être considérés : ils doivent tous avoir au moins un point de leur rectangle d'incertitude compris entre les deux pentes.

— Si un point de mesure est sûr, la droite passe nécessairement par ce point (souvent (0, 0) peut être un point sûr...).

Dans l'exemple de la figure D.2, le point (0, 0) étant sûr, les deux pentes extrêmes passent par 0 et incluent les points extrêmes des rectangles d'incertitudes des points (40,12) pour la pente du haut et (15, 2,5) pour la pente du bas.

D.3 A retenir

1. le choix du papier adapté permet de déterminer **graphiquement** les coefficients des lois $y = ax + b$ (millimétré), $y = be^{ax}$ (semi-log), $y = bx^a$ (log-log).
2. Pour trouver l'incertitude sur la pente, il faut tracer les courbes d'extrêmes incertitudes.

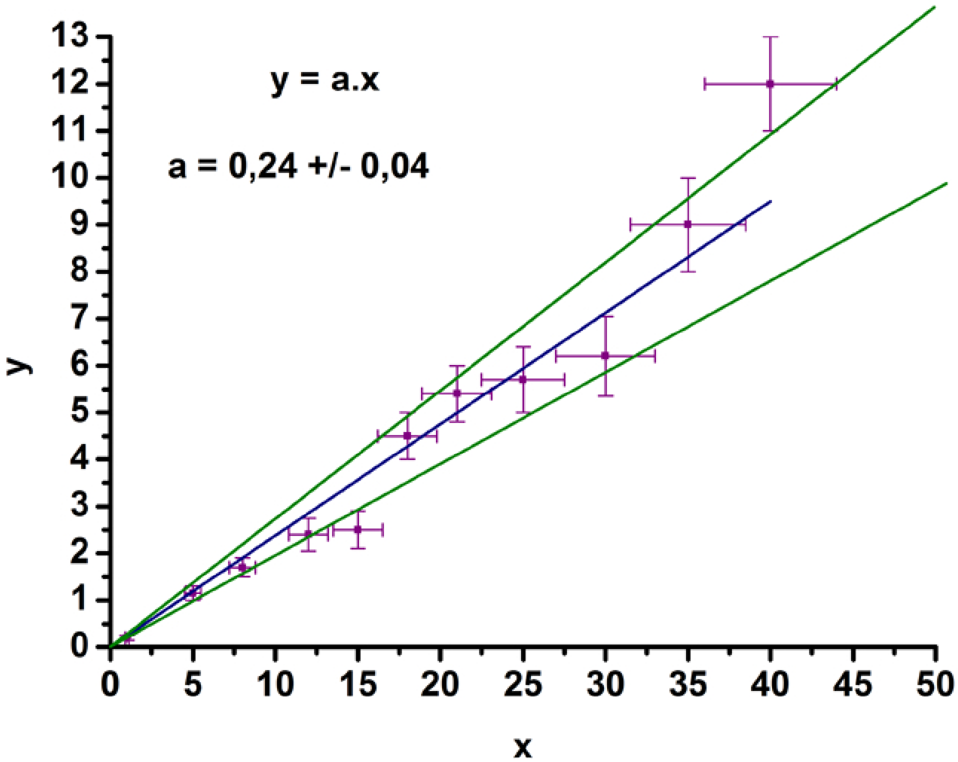

y = a.x
a = 0,24 +/- 0,04
y
x
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50

FIGURE D.2 –